



**Vilniaus
universitetas**

Metodinė medžiaga Dvejainiai skaičiai kompiuteryje

Vaikystės pedagogika



Kuriame
Lietuvos ateitį
2014–2020 metų
Europos Sąjungos
fondų investicijų
veiksmų programa

Metodinė medžiaga. Dvejetainiai skaičiai kompiuteryje

Informatikos ir informatinio mąstymo veiklos, metodinė medžiaga sukurta įgyvendinant projektą „Aukštųjų mokyklų tinklo optimizavimas ir studijų kokybės gerinimas Šiaulių universitetą prijungiant prie Vilniaus universiteto“, projekto Nr. 09.3.1-ESFA-V-738-03-0001, vykdomą pagal 2014–2020 metų Europos Sąjungos fondų investicijų veiksmų programos 9 prioriteto „Visuomenės švietimas ir žmogiškųjų išteklių potencialo didinimas“ 09.3.1-ESFA-V-738 įgyvendinimo priemonę „Aukštųjų mokyklų tinklo tobulinimas“, finansuojamą Europos Sąjungos fondų ir Lietuvos Respublikos valstybės biudžeto lėšomis.

Metodinė medžiaga „Dvejetainiai skaičiai kompiuteryje“, skirta Vaikystės pedagogikos studijų programos moduliui „Matematinio ir informatinio raštingumo ugdymas: Informatinio mąstymo didaktika“. Medžiaga siejasi su informatinio mąstymo ugdymu pradinėse klasėse, pateikiamas trumpas teorinis temos pagrindimas mokytojui, aptariamos pagrindinės dvejetainių skaičių sąvokos. Remiantis svetaine „Computer Science without a computer“ (<https://www.csunplugged.org/en/>), parengta medžiaga studentams, kuri tinka mokant informatinio mąstymo 3-4 klasėse. Pateikiami žaidimai ir darbo lapai (kortelės).

Autoriai: doc. dr. Eglė Jasutė ir prof. dr. Valentina Dagienė

Redagavo: Viktoras Dagys

Iliustravo: Vaidotas Kinčius

Projekto vykdytojas: Vilniaus universitetas.

Vilnius, 2022

TEMA: DVEJETAINIAI SKAIČIAI

Tikslas

Susipažinti su pagrindiniais kompiuterinių įrenginių darbo principais: kaip informacija, duomenys vaizduojami kompiuteriuose

Ryšys su bendrosiomis programomis

Informatika: kompiuterių veikimo principas, duomenų vaizdavimas, dvejetainė skaičiavimo sistema, nulis ir vienetas

Integracija su matematika: skaičių vaizdavimas dvejetainėje sistemoje, dvejetainiai laipsniai

Ugdomi įgūdžiai

Skaičių vaizdavimo skirtingomis skaičiavimo sistemomis

Skaičiavimo naudojantis tik dviem skaitmenimis (0 ir 1)

Atitikčių tarp skaičių nustatymo

Sekos sudarymo

Mokinių amžius

5-6 klasės: su dvejetainiais skaičiais supažindinama žaidžiant (taškų kortelės ir pan.), atitinkami „Bebro“ uždaviniai, dvejetainių ir dešimtainių skaičių atitikmenų lentelės,

7-10 klasės: dvejetainių ir šešioliktainių skaičių reiškinys laipsniais, kodų lentelės.

Mokymosi priemonės

5-6 kl.: penkios dvejetainių skaičių kortelės. Rekomenduojama išspausdinti A4 formato kortelių su taškais 1, 2, 4, 8, 16.

Dvejetainių skaičių veiklų priemonės kiekvienam mokiniui:

Darbo lapas „Dvejetainiai skaičiai“

Darbo lapas „Slapta žinutė“

Darbo lapas „Didesnių už 31 skaičių vaizdavimas“

Darbo lapas „Gimtadienio torto žvakutės“

Darbo lapas „Raidžių kodavimas“

Darbo lapas „Svėrimas naudojant dvejetainius skaičius“

Darbo lapas „Daugiau apie dvejetainius skaičius“

7-10 klasės:

Darbo lapas

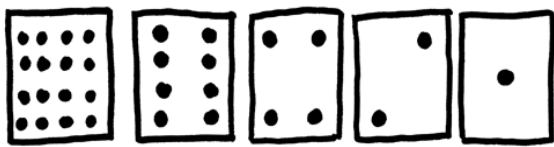
Darbo lapas

PAŽINTIS SU DVEJETAINIAIS SKAIČIAIS

(5-6 klasės)

Įvadas

Veikla visai klasei. Šiai veiklai reikia penkių kortelių (gali būti A4 formato), kurių vienoje pusėje surašyti taškai, o kita pusė – tuščia. Parenkami penki mokiniai, jie atsistoja prieš klasę ir laiko šias korteles. Kortelės rodomos tokia tvarka:



Žaidimo pavyzdį ir galimybes galima pažiūrėti vaizdo įrašė:

<https://www.teachertube.com/videos/computer-science-unplugged-binary-english-27642>

Diskusija

Iš pradžių kortelės rodomos tuščiajia puse. Atverčiama pirmoji kortelė iš dešinės stebinčių mokinių atžvilgiu. Mokinių prašoma spėti, kiek taškų yra kortelėje, esančioje atverstosios kortelės dešinėje. Atspėjus atverčiama antroji kortelė. Mokiniai turi pastebėti ryšį tarp gretimų kortelių taškų skaičiaus. (Kiekvienoje tolesnėje kortelėje yra dvigubai daugiau taškų, nei buvo prieš tai atvertoje.)

Kiek taškų turėtų būti šeštoje kortelėje? (32) Septintoje? (64)

Stovintys mokiniai korteles vėl atverčia tuščiomis pusėmis į priekį. Prašoma kortelėmis pavaizduoti įvairius skaičius: 6 (atverčiamos 4 ir 2 taškų kortelės), 15 (atverčiamos 8, 4, 2 ir 1 taško kortelės).

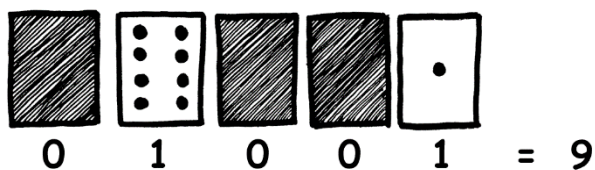
Taisyklė: nereikalingos kortelės turi būti užverstos, o reikalingos – atverstos.

Koks galimas mažiausias taškų skaičius kortelėje? (0.)

Toliau verčiant korteles vaizduojami skaičiai iš eilės nuo nulio.

Klasės mokiniai gali prieiti arčiau pažiūrėti, kaip verčiamos kortelės rodant įvairius skaičius. Galima keisti korteles laikančius mokinius.

Užversta taškų kortelė atitinka 0. Atversta kortelė atitinka 1. Taip gaunama dvejetainė skaičiaus išraiška.



Mokinių prašoma parodyti 01001.

Koks dešimtainis skaičius atitinka šį dvejetainį skaičių? (9)

Koks dvejetainis skaičius atitinka dešimtainį skaičių 17? (10001)

Tokiu būdu skirtingi skaičiai vaizduojami keletą kartų, kol mokiniai perpranta sistemą. Siūloma atlikti ir kitokias dvejetainių skaičių veiklas.

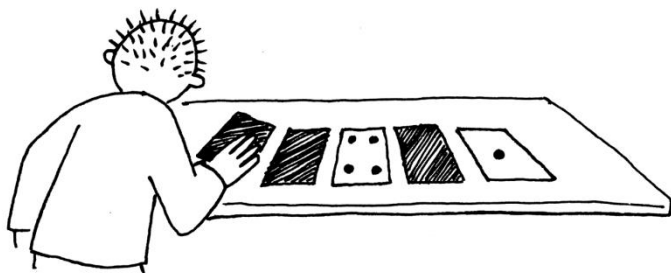
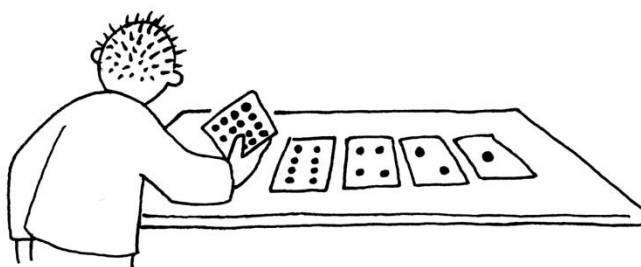
Paaiškinimas

Kompiuteriai ir kiti kompiuteriniai įrenginiai vartoja tik 0 ir 1. Viskas, ką girdite ir matote kompiuteryje (žodžiai, paveikslai, vaizdo įrašai ir net garsai), užrašyta tik dviejų skaitmenų sekomis!

Daugiau veiklų.

Išdėliokite korteles iš eilės nuo 1, 2, 4, ... atversdami tuščią pusę į viršų.

Atverskite korteles, kurių taškų suma būtų 5. Kortelių tvarkos nekeiskite!



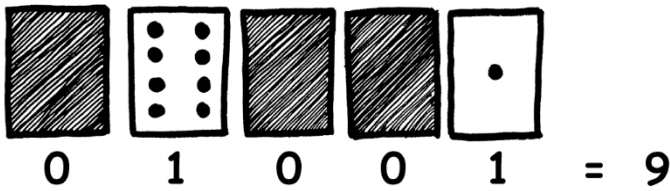
Atverskite korteles, kurių taškų suma būtų 3, 12, 19.

Ar galite daugiau nei vienu būdu atversti korteles, kad gautumėte tą patį skaičių? Kokį didžiausią taškų skaičių galite atversti? Kokį mažiausią skaičių galite atversti? Ar tarp mažiausio ir didžiausio taškų skaičiaus yra skaičius, kurio negalima atversti kortelėmis?

Pabandykite kortelėmis pavaizduoti skaičius iš eilės 1, 2, 3, 4, ... Gal galite sugalvoti logišką ir praktišką kortelių atvertimo metodą, kad verčiant korteles skaičiai didėtų vienetu?

Darbo lapas. Dvejetainiai skaičiai

Dvejetainė sistema turi tik du skaitmenis: nulį ir vienetą. Jei kortelė užversta, tai reiškia 0, jei atversta – 1, kaip parodyta toliau:



Kokį dešimtainį skaičių atitinka 10101?

Kokį dešimtainį skaičių atitinka 11111?

Kurią mėnesio dieną gimėte? Užrašykite tą dieną dvejetainė sistema. Nustatykite, kuris dvejetainis skaičius yra draugo gimimo dienos skaičius.

Užrašykite, kuriuos dvejetainius skaičius atitinka šie ženklai:

$$\begin{matrix} \boxtimes & \checkmark & \boxtimes & \boxtimes & \checkmark \\ (\checkmark=1, \boxtimes=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \thumbsup & \thumbsdown & \thumbsup & \thumbsdown \\ (\thumbsup=1, \thumbsdown=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \downarrow & \uparrow \\ (\uparrow=1, \downarrow=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} + & + & \times & + \\ (+=1, \times=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \odot & \circ & \odot & \circ & \odot \\ (\odot=1, \circ=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowleft & \curvearrowright \\ (\curvearrowright=1, \curvearrowleft=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \text{☰} & \text{☷} & \text{☰} & \text{☷} \\ (\text{☰}=1, \text{☷}=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangledown \\ (\blacktriangle=1, \blacktriangledown=0) \end{matrix} =$$

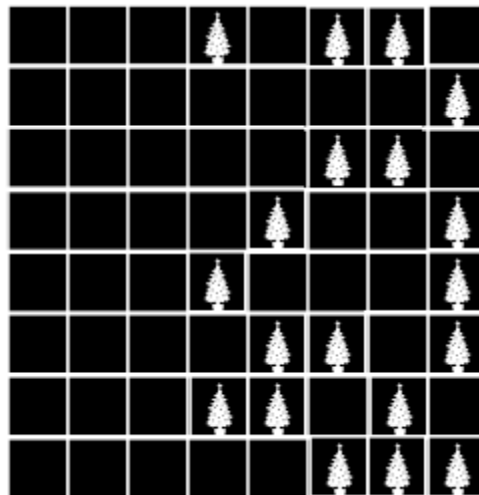
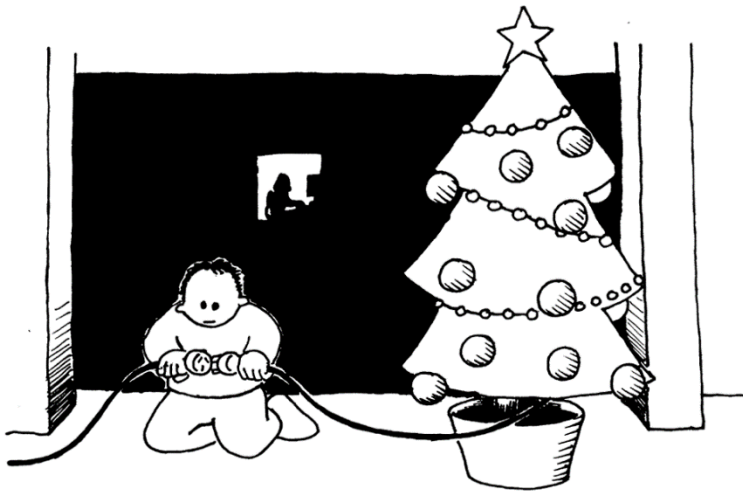
$$\begin{matrix} \text{☺} & \text{☹} \\ (\text{☺}=1, \text{☹}=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit \\ (\spadesuit=1, \clubsuit=0) \end{matrix} =$$

Juostelėmis, kurių ilgis 1, 2, 4, 8 ir 16 matavimo vienetų, parodykite, kaip suduriamos bet kokio ilgio iki 31 matavimo vieneto juostelės. Be to, galite nustebinti draugus parodydami, kad turėdami tik penkis svarelius galite pasverti gana sunkius daiktus!

Darbo lapas. Slaptas pranešimas

Prieš pat Kalėdas Tomą atsitiktinai užrakino vienos parduotuvės viršutiniame aukšte. Aišku, jis norėjo kuo greičiau grįžti namo su dovanomis. Taigi ką daryti? Tomas bandė skambinti, rėkti, tačiau niekas jo negirdėjo. Pro langą pamatė žmogų, dirbantį kompiuteriu pastate kitoje gatvės pusėje. Kaip atkreipti jo dėmesį? Tomas apsidairė ieškodamas, kuo galėtų pasinaudoti. Jam šovė mintis perduoti žinutę Kalėdų eglutės lemputėmis, todėl šias lemputes sujungė taip, kad galėtų kiekvieną išjungti ir vėl įjungti. Tomas nusprendė perduoti savo žinutę dvejetainiu kodu, kurį turėtų suprasti žmogus, dirbantis kompiuteriu. Ką užkodavo Tomas?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
a	ą	b	c	č	d	e	ę	ė	f	g	h	i	į	y	j
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
k	l	m	n	o	p	r	s	š	t	u	ų	ū	v	z	ž

Darbo lapas. Didesnių už 31 skaičių vaizdavimas

Panagrinėkime turimas dvejetaines korteles su taškais. Kiek taškų reikėtų nupiešti septintoje kortelėje? Kiek aštuntoje? Pagal kokią taisyklę galima suskaičiuoti, kiek taškų reikia nupiešti kiekvienoje naujoje kortelėje? Jau įsitikinote, kad skaičiams nuo 1 iki 31 pavaizduoti užtenka penkių kortelių.

Įsižiūrėkite į seką. Ar galite nusakyti sekos narių ryšį?

1, 2, 4, 8, 16...

Sudėkite: $1 + 2 + 4 = ?$ Kiek gaunate?

Dabar sudėkite: $1 + 2 + 4 + 8 = ?$

Kiek gaunate sudėję visus skaičius nuo pirmosios iki penktosios kortelės?

Ar teko kada girdėti apie skaičiavimą „pirštais“? Išmėginkite šį būdą, kai skaičiai didesni kaip 10. Naudodami dvejetainę sistemą įsivaizduokite, kad vienas vienos rankos pirštas yra kortelė. Šitaip galite gauti 32 skaičius. Nepamirškite, kad 0 – taip pat skaičius!

Pabandykite skaičiuoti iš eilės. Pakeltas pirštas reiškia 1, nuleistas – 0.

Abiejų rankų pirštais galite suskaičiuoti nuo 0 iki 1023. Tai 1024 skaičiai!

Jei vienos rankos pirštais galite pavaizduoti 32 skaičius, o abiejų rankų – $32 \times 32 = 1024$ skaičius, kiek skaičių galėtumėte pavaizduoti su draugu keturiomis rankomis?

Darbo lapas. Gimtadienio torto žvakutės

Gimtadienio torto metu paprastai uždegama po vieną žvakę kiekvieniems gyvenimo metams.

Kadangi kiekviena žvakė gali būti uždegama arba neužsidega, galėtume jas panaudoti, kad parodytume dvejetainį jūsų amžiaus vaizdą. Pavyzdžiui, 14 metų dvejetainis yra 1110, todėl galite jį pavaizduoti keturiomis žvakėmis.

Gimtadienio tortas, ant kurios kuriame dega 1£ metų atitinkantis dvejetainis žvakučių skaičius:



Kokie yra dvejetainių žvakių naudojimo pranašumai?

Kodėl dvejetainės žvakės senstant tampa prasmingesnės?

Ar yra dvejetainių žvakių naudojimo trūkumų ir kaip jas įveiktumėte?

(Beje, įprasta žvakučių ant torto naudojimo sistema vadinama unarine (sistemos pagrindas yra vienas), nes kiekvienos paskesnės žvakės vertė yra lygiai vienetu didesnė nei ankstesnės!)

Darbo lapas. Raidžių kodavimas

Kiek skirtingų simbolių galite įvesti kompiuteryje? (Diskusiją galima pradėti nuo 32 lietuviškos abėcėlės raidžių, o vėliau išplėsti į kitus klaviatūros simbolius, įskaitant didžiąsias raides, skaitmenis ir skyrybos ženklus. Mokiniai gali žinoti, kad kitose kalbose gali būti tūkstančiai simbolių, o simbolių diapazonas taip pat plečiasi, pvz. naudojamos šypsenėlės!)

Padiskutuokite, kaip kam nors būtų galima perduoti abėcėlės raidę, jei galima būtų naudoti tik skaičius nuo 0 iki 32. (Dauguma mokinių paprastai atsako, kad naudotų kodą 1 – a, 2 – q, 3 – b ir t. t.).

Išsiaiškinkite ir užrašykite dvejetainius skaičius naudodami 5 bitus nuo 0 iki 32. Kiekvienam skaičiui iš eilės priskirkite abėcėlės raidę – taip gausime raidžių kodų lentelę.

Žinučių kodavimas

Naudodami sukurtą raidžių kodų lentelę, paprašykite mokinių iššifruoti pranešimą, pvz., savo vardą arba knygos autoriaus vardą (pvz., xxx).

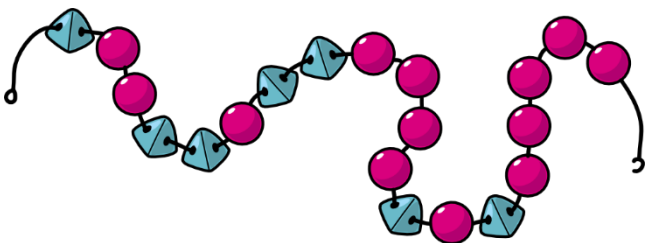
Dabar leiskite mokiniams rašyti ir perduoti savo žinutes. Vietoj nulių ir vienetų mokiniai gali naudoti ir kitokius ženklus, pavyzdžiui, skrituliukus ir kryželius ar kt.

„Vėrinys“

Sukurkite vėrinį arba maišelio etiketę su savo inicialais, pavaizduotais 5 bitų dvejetainine sistema.

Pasirinkite, kuri karoliukų spalva bus 1, o kuri – 0 arba pasirinkite kokios formos karoliukas atitinka 1, kurios – 0. Kompiuteriams nereikia žinoti, kada prasideda nauja raidė, nes sutarta, kad kiekvienas 6-asis bitas yra nauja raidė.

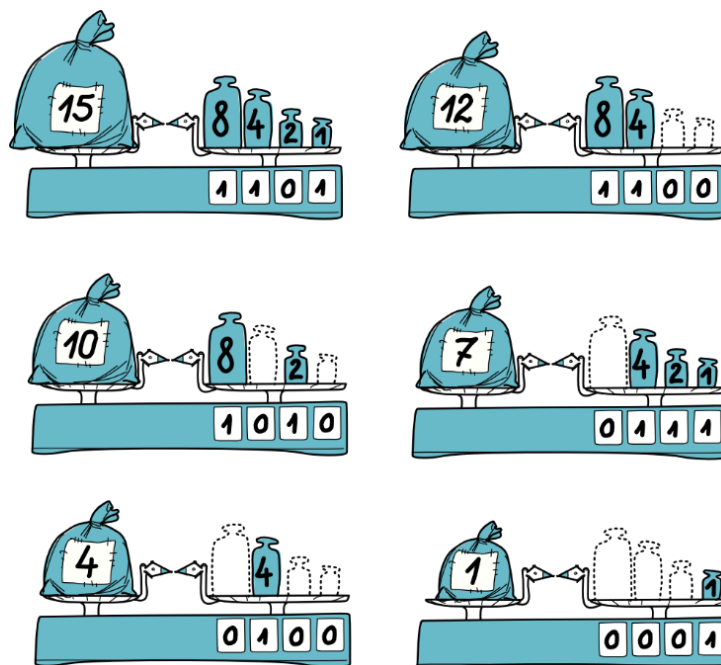
Paveikslėlyje vėrinyje užkoduotas mergaitės vardas NIDA.



Apsvarstykite kitokius galimus pavaizdavimus, pavyzdžiui, kiekvieną bitą galima perduoti garsu, kuris yra aukštas arba žemas, arba 5 bitų skaičių galima pavaizduoti laikant penkis pirštus ant vienos rankos, vieną pirštą atitinkantį kiekvieną bitą.

Darbo lapas. Svėrimas naudojant dvejetainius skaičius

Skaičiaus užrašą dvejetainiais skaitmenimis labai patogu iliustruoti svarstyklėmis, kurios turi tik tokius svarsčius: 1, 2, 4, 8, 16, 32,... kg, t.y. $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$ kg.



Svėrimas dvejetainiais skaičiais

$$1_2 = 1_{10}$$

$$10_2 = 2_{10}$$

$$100_2 = 4_{10}$$

$$1000_2 = 8_{10}$$

$$10000_2 = 16_{10}$$

$$100000_2 = 32_{10}$$

ir t.t.

Dvejetainio skaičiaus vienetai, dešimtys, šimtai, tūkstančiai ir t. t.

Darbo lapas. Daugiau apie dvejetainius skaičius

1. Kaip manote, kas nutiktų, jei dvejetainio skaičiaus pabaigoje prirašytumėte nulį? Jei nulį prirašytumėte dešimtainio skaičiaus pabaigoje, gautumėte 10 kartų didesnį skaičių už pradinį. Pavyzdžiui, prie 9 prirašę nulį gautume 90, kuris yra 10 kartų didesnis už 9.

Taigi kas nutiktų, jei nulį prirašytumėte dvejetainio skaičiaus pabaigoje? Pabandykite:

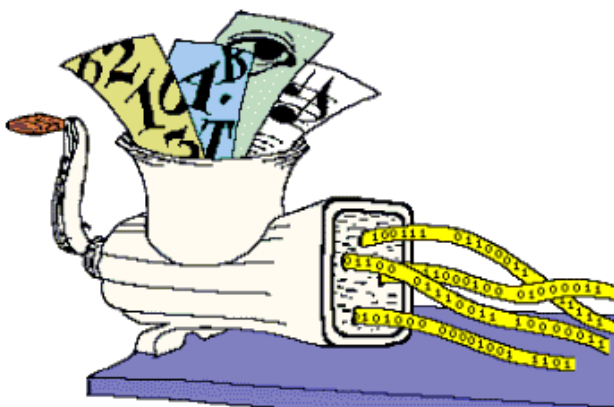
1001 10010

(9) (?)

Sugalvokite hipotezę, pritaikykite ją keliems pavyzdžiams. Suformuluokite taisyklę. Kaip manote, kodėl taip atsitinka?

TEORINIS PAGRINDIMAS MOKYTOJAMS

Kompiuterio kalba – tai dvejetainių skaičių kalba, kurios abėcėlę sudaro tik du skaitmenys – 0 ir 1.



Visos informacijos rūšys – duomenys – kompiuteryje virsta dviejų būsenų signalais - nulių ir vienetų sekomis.

Mokytojams rekomenduojama pasižiūrėti įvadinį vaizdo įrašą apie dvejetainius skaičius:

https://www.youtube.com/watch?v=GUqle9RE3Y8&t=124s&ab_channel=UCComputerScienceEducation

Atlikdami užduotis naudojome korteles su taškais. Kiekviena kortelė atitinka bitą kompiuteryje. Žodis „bitas“ kilęs iš anglų k. frazės „binary digit“ (liet. *dvejetainis skaitmuo*). Lietuvių kalbos abėcėlės raidėms (32 didžiosioms ir antra tiek mažosioms) koduoti pakaktų 6 kortelių arba, kitaip sakant, bitų. Tačiau kompiuteris turi ne tik atpažinti raides, bet skirti didžiąsias ir mažąsias raides, skaitmenis, aritmetinių operacijų ženklus, skyrybos ženklus, specialiuosius ženklus ir pan.

Pažvelgę į kompiuterio klaviatūrą matome daug ženklų. Kaip manote, kiek bitų kompiuteriui reikia visiems šiems ženklams užkoduoti?

Kompiuteriuose teksto ženklai dažniausiai koduojami 8 bitais. Dėl to ir kompiuterio atmintis skirstoma į 8 bitų grupes, vadinamas baitais. Vieno baito pakanka kelių kalbų abėcėlėms ir dar daugeliui kitų reikalingų ženklų užkoduoti.

Suskaičiuokite, kiek ženklų telpa į vieną baitą.

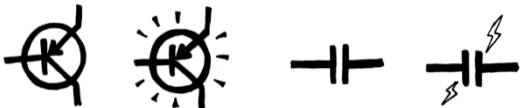


Daugiau apie ženklų kodavimą galite paskaityti knygoje:

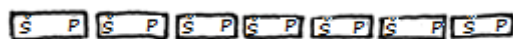
V. Dagienė, G. Grigas, T. Jevsikova „Programinės įrangos lokalizavimas“ (<http://www.mii.lt/files/lokalizavimas.pdf>).

Kompiuteriai ir kiti kompiuteriniai įrenginiai naudoja dvejetainę sistemą informacijai kaupti ir apdoroti. Dvejetainė sistema vadinama todėl, kad vartojami tik du skaitmenys.

Dvejetainis skaitmuo, bitas kompiuterio atmintyje reiškia tranzistorių, kuris tam tikru momentu yra įjungtas arba išjungtas, atitinkamai įtampa yra arba jos nėra.



Perduodant duomenis telefonu arba radijo bangomis vietoj nulių ir vienetų naudojami žemi ir aukšti impulsai. Magnetinėse laikmenose bitai reiškiami magnetinio lauko kryptimis: šiaurė → pietūs arba pietūs → šiaurė.



Optiniuose diskuose bitai įrašomi optiniu būdu – paviršiaus dalys atspindi šviesą arba jos neatspindi.



Kodėl kompiuteriuose naudojama dvejetainė skaičiavimo sistema? Kai yra tik dvi reikšmės, daug paprasčiau kurti prietaisus informacijai apdoroti. Jei būtų naudojama dešimtainė sistema, kompaktinis diskas turėtų turėti 10 būdų skaitmenims nuo 0 iki 9 išreikšti. Sukurti tokį prietaisą būtų brangu ir sudėtinga. Nors sakoma, kad kompiuteris duomenis vaizduoja nuliais ir vienetais, bet iš tiesų jame yra tik aukštoji ir žemoji įtampa arba šiaurės ir pietų magnetinio lauko kryptis ar pan. Visa tai žymima 0 ir 1, kad būtų lengviau suprantama žmonėms. Šiais bitais kompiuteryje atvaizduojami dokumentai, paveikslai, dainos, skaičiai, programos ir programėlės.

Vienu bitu atvaizduojama labai mažai informacijos, todėl bitai jungiami po 8 į sekas, kurias gali išreikšti skaičius nuo 0 iki 255. Aštuonių bitų grupė vadinama baitu. Kompiuterio sparta priklauso nuo to, kiek bitų vienu metu jis gali apdoroti. Pavyzdžiui, 32 bitų kompiuteris vienos operacijos metu gali apdoroti 32 bitų skaičius, o 16 bitų kompiuteris pirmiausia turėtų 32 bitų skaičių padalyti į dalis. Tai, žinoma, lėtina kompiuterio darbą. Taigi skaičiams, tekstui ir kitokiai informacijai laikyti ir apdoroti kompiuteris naudoja tik bitus ir baitus.

Norėdami užkoduoti bet kurios abėcėlės vieną ženklą dvejetainiu kodu, turime laikytis šių taisyklių:

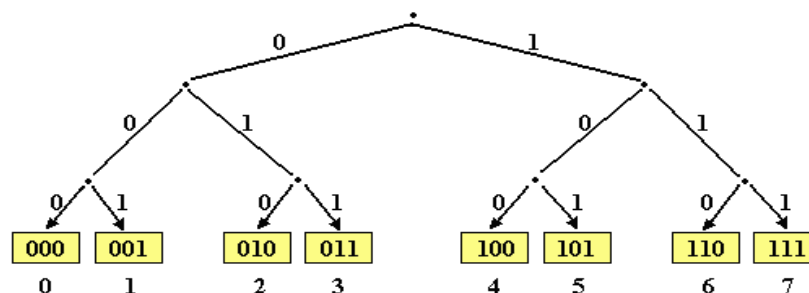
1. Kiekvieno koduojamo ženklo dvejetainis kodas turi būti sudarytas iš to paties skaičiaus simbolių;
2. Kiekvienam koduojamos abėcėlės ženkliui turi būti atitinkamas dvejetainis kodas;
3. Skirtingų ženklų dvejetainiai kodai turi būti skirtingi.

Laikantis šių taisyklių iš dvejetainio kodo visuomet galima sužinoti pradinį simbolį, kitaip sakant, galimas vienareikšmis iškodavimas.

Pavyzdys. Tarkime, turime abėcėlę, sudarytą iš simbolių: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Reikia kiekvieną simbolį užkoduoti dvejetaine abėcėle: (0, 1).

Jau žinome, kaip tai padaryti: išrašome visas simbolių kombinacijas, sudarytas iš vieno, dviejų, trijų simbolių ir t. t., kol gausime ne mažiau kaip 8 skirtingas. Akivaizdu, kad vieno simbolio nepakaks – jų tik du. Dviejų simbolių kombinacijų keturios: 00, 01, 10, 11. Trijų simbolių kombinacijos kaip tik 8: jas galime rasti nuosekliai perstumdami vienetų ir nulių padėtis.

Skaičių vaizduoti dvejetainiu kodu patogų braižant schemą. Pradedame iš viršaus nubrėžę dvi atkarpas: atitinkančias nulį ir vienetą. Šių atkarpų galuose vėl brėžiame dvi atkarpas: vėl nuliui ir vienetui. Taip darome tol, kol paskutinių atkarpų skaičius tampa lygus arba didesnis koduojamos abėcėlės simbolių skaičiui. Tuomet belieka peržiūrėti nuo viršaus iki paskutinės atkarpos ir užrašyti kiekvieno simbolio kodą.



Skaičių vaizdavimas dvejetainiu medžiu.

Šitokia schema vadinama **dvejetainiu medžiu**, kadangi iš kiekvieno taško išeina dvi atkarpos, atitinkančios dvejetainės abėcėlės simbolius. Atkarpos vadinamos šakomis.

Dvejetainė skaičiavimo sistema susiejant su matematika

(7-10 klasės)

Kompiuteryje informacija koduojama dvejetainė abėcėle – vienetų ir nulių sekomis. Į vienetų ir nulių sekas galime žiūrėti kaip į dvejetainius skaičius – skaičius, užrašytus dvejetainė sistema. Kaip dešimtainį skaičių užrašyti dvejetainiu, ir atvirkščiai – tai klausimai, nagrinėjami šiame skyriuje.

Į dvejetainę abėcėlę, kurią sudaro skaitmenys 0 ir 1, galima žiūrėti ir kaip į skaičiavimo sistemą.

Mūsų kasdien vartojama skaičiavimo sistema yra pozicinė dešimtainė, t.y. skaitmenų reikšmės priklauso nuo jų padėties. Pavyzdžiui, skaičiaus 45 ketvertas reiškia keturias dešimtis, kadangi jis žymi dešimtis (yra dešimčių skiltyje, t.y. antras nuo galo).

Jeigu daugiaženklį dešimtainio skaičiaus skaitmenis pažymėtume raidėmis:

$$S_n, S_{n-1} \dots S_1, S_0,$$

tai šis užrašas reikštų skaičių

$$S_n S_{n-1} \dots S_1 S_0 = S_n \times 10^n + S_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + S_1 \times 10^1 + S_0 \times 10^0.$$

Pavyzdžiui, skaičiaus 513 užrašas būtų šitoks:

$$513 = 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 3 \times 10^0.$$

Skaičius 10 šiame užrašė yra skaičiavimo sistemos pagrindas.

Skaičiavimo sistema, kurios pagrindas 10, vadinama **dešimtaine**, o ja užrašytas skaičius – **dešimtainiu**. Analogiškai **dvejetainiais skaičiais** vadinami skaičiai, užrašomi dviem skaitmenimis: 0 ir 1.

Pažymėkime dvejetainio skaičiaus skaitmenis raidėmis: $d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0$.

Tada toks užrašas reikš skaičių: $d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 = d_n \times 2^n + d_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0$.

Pavyzdžiui dvejetainis skaičius 101 reiškia dešimtainį 5, nes $101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5_{10}$.

Čia indeksais 2 ir 10 nurodėme skaičiavimo sistemų pagrindus.

Taigi dvejetainio skaičiaus skaitmenys reiškia vienetus (2^0), dvejetus (2^1), ketvertus (2^2), aštuonetus (2^3) - analogiškai kaip ir dešimtainio skaičiaus skaitmenys - vienetus, dešimtis, šimtus, tūkstančius.

Darbo lapas. Dvejetainių skaičių užrašymas dešimtainiais ir atvirkščiai

Pavyzdys. Dvejetainis skaičius 100011 lygus dešimtainiui 35. Parodysime, kaip tai apskaičiuoti:

$$100011_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 35_{10}.$$

Vadinasi, dvejetainį skaičių užrašyti dešimtainiu nėra sunku.

O kaip dešimtainį skaičių užrašyti dvejetainiu? Galima konstruoti dvejetainį medį, kaip parodyta aukščiau esančiame paveikslėlyje. Juo gauname ne tik ieškomo dešimtainio skaičiaus dvejetainį užrašą, bet ir visų kitų už jį mažesnių dešimtainių skaičių dvejetainius užrašus.

Paprasciau dešimtainį skaičių užrašyti dvejetainiu laikantis tam tikrų taisyklių.

Jau žinome, kad bet kokį dvejetainį skaičių A galime išreikšti suma:

$$A = d_n \times 2^n + d_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0.$$

Taigi norint skaičių A užrašyti dvejetaine sistema, reikia rasti koeficientus d_0, d_1, \dots, d_n , iš kurių kiekvienas gali įgyti tik reikšmes 0 ir 1.

Padalykime skaičių A iš 2. Gausime liekaną, lygią d_0 , nes visi sumos A dėmenys, išskyrus paskutinį, dalijasi iš 2. Gautąjį dalmenį vėl dalykime iš 2. Šiuo atveju liekana bus lygi d_1 . Taip dalydami toliau, rasime visus skaitmenis d_0, d_1, \dots, d_n , sudarančius dvejetainį skaičių A .

Šiuos samprotavimus užrašykime glausta taisykle.

Dešimtainio skaičiaus užrašymas dvejetainiu:

1. Reikia padalyti skaičių iš 2. Įsidėmėti liekaną (0 arba 1) ir dalmenį.
2. Jeigu dalmuo nelygus 0, reikia jį dalyti iš 2 ir vėl kartoti pirmą žingsnį.
3. Kai dalmuo lygus nuliui, reikia išrašyti liekanas, pradedant paskutiniąja, viena paskui kitą. Taip gaunamas dvejetainis skaičius.

Galime dalybą užrašinėti ir kiek kitaip, taupiau. Žinome, kad visą laiką dalijame iš 2, taigi, to nebūtina įvardyti. Galima kairėje pusėje rašyti tik dalmenis, o dešinėje - liekanas.

Pavyzdys. Skaičiaus 1998 dvejetainis užrašas gali būti randamas šitaip:

		1998			
		999		0	
		499		1	
		249		1	
		124		1	
Dalmenys, gauti dalijant skaičius pusiau	→	62		0	
		31		0	
		15		1	
		7		1	
		3		1	
		1		1	
		0		1	
	←				
				Liekanos, gautos dalijant skaičius iš 2	

Perskaitę liekanas iš apačios į viršų, gauname dvejetainį skaičių: $11111001110_2 = 1998_{10}$.

Su dvejetainiais skaičiais labai patogu atlikti aritmetinius veiksmus. Štai kokios paprastos jų sudėties bei daugybos lentelės:

$0 + 0 = 0$	$0 \times 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$0 \times 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 \times 0 = 0$
$1 + 1 = 10$	$1 \times 1 = 1$

Jei vartotume dvejetainę sistemą, neturėtume vargo nei mokydami, nei sudėties, nei daugybos lentelės. Tačiau dvejetainiai skaičiai labai ilgi, dėl to būtų nepatogu juos rašyti, skaityti ir sunku įsiminti. Tik kompiuteris gali tai lengvai daryti.

Darbo lapas. Šešioliktainė skaičiavimo sistema

Dar viena skaičiavimo sistema, reikalinga žinoti kalbant apie kompiuterius, - šešioliktainė. Ji patogi dvejetainiams skaičiams užrašyti: užrašai būna trumpesni, juos lengviau skaityti ir įsiminti.

Šešioliktainė sistema turi 16 skaitmenų, o dešimtainė - tik 10. Todėl nepakanka dešimtainės sistemos skaitmenų ir priimta tuos 6 trūkstantus skaitmenis žymėti raidėmis: A, B, C, D, E, F

Dešimtainis skaičius	Šešioliktainis skaitmuo	Dvejetainis kodas
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Iš dvejetainio kodo gauti šešioliktainį - labai paprasta. Pamėginkime. Pavyzdžiui, skaičiaus 1998 dvejetainį kodą 11111001110_2 suskirstykime po keturias skiltis ir remdamiesi 7 lentele, užrašykime šešioliktaine sistema:

11111001110

Vadinasi, $1998_{10} = 7CE_{16}$.

Sprendimai ir patarimai

Dvejetainiai skaičiai

3 pavaizduoti reikia kortelių su 2 ir 1 tašku.

12 pavaizduoti reikia kortelių su 8 ir 4 taškais.

19 pavaizduoti reikia kortelių su 16, 2 ir 1 tašku.

Tik vieninteliu būdu galima pavaizduoti kiekvieną iš šių skaičių.

Didžiausias skaičius, kurį galima pavaizduoti, yra 31. Mažiausias yra 0. Galima pavaizduoti visus skaičius nuo 0 iki 31. Kiekvieną iš jų galima pavaizduoti tik vienu būdu.

Tai įdomu. Didinant skaičių vienetu, iš eilės apverčiamos taškais į viršų visos kortelės iš dešinės į kairę.

Dvejetainiai skaičiai

10101 = 21, 11111 = 31

Slaptų žinučių siuntimas

Užkoduota žinutė: PADĖKITE

Didesnių už 31 skaičių vaizdavimas

Jei sudedami visi skaičiai nuo pirmojo, tai jų suma visada bus vienetu mažesnė už kitą sekos skaičių.

Keturrankis pabaisiukas gali pavaizduoti $1024 \times 1024 = 1\,048\,576$ skaičių – nuo 0 iki 1 048 575!

Daugiau apie dvejetainius skaičius

Parašius nulį dvejetainio skaičiaus dešinėje, šis skaičius padidėja dvigubai. Kiekvienas vienetą dvejetainiame skaičiuje padvigubėja, todėl ir galutinis skaičius padvigubėja. (Dešimtainės sistemos skaičiaus dešinėje prirašius nulį, šis skaičius padidėja 10 kartų.)

Šaltiniai

Dagienė V. Informatikos pradmenys. I dalis. Informacija / Pataisytas ir papildytas leidimas, Vilnius: TEV, 2001, 112 p.

Computer Science without a Computer. Curriculum Integrations. Binary Numbers:
<https://www.csunplugged.org/en/topics/curriculum-integrations/>